



Surveying the Earth to Create the Future

月の平面直角座標系について

第6回 月測位研究会

2022/02/06 資料

株式会社 パスコ 三島 研二



月面における測地基準

Celest Mech Dyn Astr (2018) 130:22
<https://doi.org/10.1007/s10569-017-9805-5>



Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2015

B. A. Archinal¹ · C. H. Acton² · M. F. A'Hearn³ · A. Conrad⁴ ·
G. J. Consolmagno⁵ · T. Duxbury⁶ · D. Hestroffer⁷ · J. L. Hilton⁸ · R. L. Kirk⁹ ·
S. A. Klioner¹⁰ · D. McCarthy¹¹ · K. Meech¹² · J. Oberst¹³ · J. Ping¹⁴ ·
P. K. Seidelmann¹⁵ · D. J. Tholen¹⁶ · P. C. Thomas¹⁷ · I. P. Williams¹⁸

月面の座標系は、緯度&経度(BL)
は決定されている

月面における測地基準

Table 1 Recommended values for the direction of the north pole of rotation and the prime meridian of the Sun and planets

α_0, δ_0 Are ICRF equatorial coordinates at epoch J2000.0
 Approximate coordinates of the north pole of the invariable plane are $\alpha_0 = 273^\circ.85$,
 $T =$ Interval in Julian centuries (36,525 days) from the standard epoch
 $d =$ Interval in days from the standard epoch
 The standard epoch is JD 2451545.0, i.e., 2000 January 1 12h TDB

Sun $\alpha_0 = 286^\circ.13$
 $\delta_0 = 63^\circ.87$
 $W = 84^\circ.176 + 14^\circ.1844000d^{(a)}$

Mercury $\alpha_0 = 281.0103 - 0.0328 T$
 $\delta_0 = 61.4155 - 0.0049 T$
 $W = 329.5988 \pm 0.0037 + 6.1385108d$
 $+ 0^\circ.01067257 \sin M1$
 $- 0^\circ.00112309 \sin M2$
 $- 0^\circ.00011040 \sin M3$
 $- 0^\circ.00002539 \sin M4$
 $- 0^\circ.00000571 \sin M5$

where $M1 = 174^\circ.7910857 + 4^\circ.092335d$
 $M2 = 349^\circ.5821714 + 8^\circ.184670d$
 $M3 = 164^\circ.3732571 + 12^\circ.277005d$
 $M4 = 339^\circ.1643429 + 16^\circ.369340d$
 $M5 = 153^\circ.9554286 + 20^\circ.461675d^{(b)}$

Venus $\alpha_0 = 272.76$
 $\delta_0 = 67.16$
 $W = 160.20 - 1.4813688d^{(c)}$

Mars $\alpha_0 = 317.269202 - 0.10927547T$
 $+ 0.000068 \sin(198.991226 + 19139.4819985T)$
 $+ 0.000238 \sin(226.292679 + 38280.8511281T)$
 $+ 0.000052 \sin(249.663391 + 57420.7251593T)$
 $+ 0.000009 \sin(266.183510 + 76560.6367950T)$
 $+ 0.419057 \sin(79.398797 + 0.5042615T)$
 $\delta_0 = 54.432516 - 0.05827105T$
 $+ 0.000051 \cos(122.433576 + 19139.9407476T)$
 $+ 0.000141 \cos(43.058401 + 38280.8753272T)$
 $+ 0.000031 \cos(57.663379 + 57420.7517205T)$
 $+ 0.000005 \cos(79.476401 + 76560.6495004T)$
 $+ 1.501274 \cos(166.225722 + 0.5042615T)$

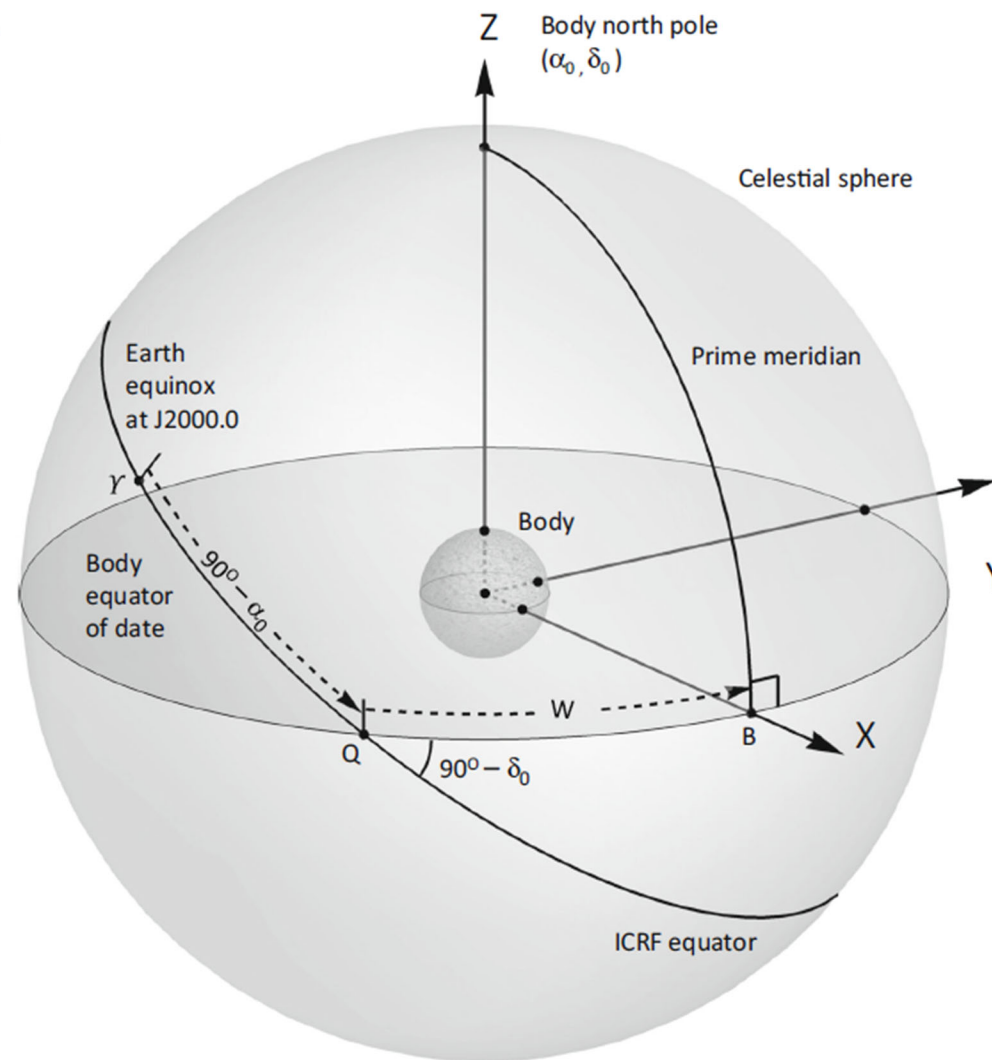


Fig. 1 Reference system used to define orientation of the planets and their satellites. For $\dot{W}(t) > 0$, body rotation is prograde (e.g., Mercury, Jupiter). For $\dot{W}(t) < 0$, body rotation is retrograde (e.g., Venus, Uranus)

月面における測地基準

3 The lunar coordinate system

The recommended coordinate system for the Moon is the mean Earth/polar axis (ME) system. There is an offset between this system and the principal axis (PA) system, sometimes called the axis of figure system (Davies and Colvin 2000).

The ME system is recommended because nearly all cartographic products have been aligned to it (ibid.). The offset between these coordinate systems of a point on the lunar surface is approximately 860 meters. Previous reports included the rotation and pole position for the ME system using closed formulae in Table 2. We are not continuing to provide those formulae as they are *only* accurate to approximately 150 m (e.g., Konopliv et al. 2001, Fig. 3). For high accuracy work (e.g., spacecraft operations, high-resolution mapping, and gravity field determination), it is recommended that a lunar ephemeris be used to obtain the libration angles for the Moon, from which the pole position and rotation can be derived.

月面における測地基準

Table 3 Recommended rotation values for the direction of the positive pole of rotation and the prime meridian of selected dwarf planets, minor planets, their satellites, and comet

d is the interval in days from the standard epoch, i.e., J2000.0 = JD 2451545.0, i.e., 2000 January 1 12 h TDB or from the given epoch for the listed comets. α_0 , δ_0 , W , and \dot{W} are as defined in the text

(1) Ceres	$\alpha_0 = 291^\circ.418 \pm 0^\circ.03$ $\delta_0 = 66^\circ.764 \pm 0^\circ.03$ $W = 170^\circ.650 + (952^\circ.1532 \pm 0^\circ.00003)d^{(a)}$
(2) Pallas	$\alpha_0 = 33^\circ$ $\delta_0 = -3^\circ$ $W = 38^\circ + 1105^\circ.8036d^{(b)}$
(4) Vesta	$\alpha_0 = 309^\circ.031 \pm 0^\circ.01$ $\delta_0 = 42^\circ.235 \pm 0^\circ.01$ $W = 285.39^\circ + 1617^\circ.3329428d^{(c)}$
(21) Lutetia	$\alpha_0 = 52^\circ \pm 5^\circ$ $\delta_0 = 12^\circ \pm 5^\circ$ $W = 94^\circ + 1057^\circ.7515d^{(d)}$
(52) Europa	$\alpha_0 = 257^\circ$ $\delta_0 = 12^\circ$ $W = 55^\circ + 1534^\circ.6472187d^{(e)}$
(243) Ida	$\alpha_0 = 168^\circ.76$ $\delta_0 = -87^\circ.12$ $W = 274^\circ.05 + 1864^\circ.6280070d^{(f)}$

月面における測地基準

A Standardized Lunar Coordinate System for the Lunar Reconnaissance Orbiter

LRO Project White Paper
Version 4
2008 May 14

Previous Versions:
Version 1: 2006 August 23
Version 2: 2007 January 24
Version 3: 2008 January 30



National Aeronautics and
Space Administration

Goddard Space Flight Center
Greenbelt, Maryland

operations planning, observational targeting, geographic identification of lunar landforms, and inter-mission communications.

本初子午線(経度0)は、
地球から見える中心

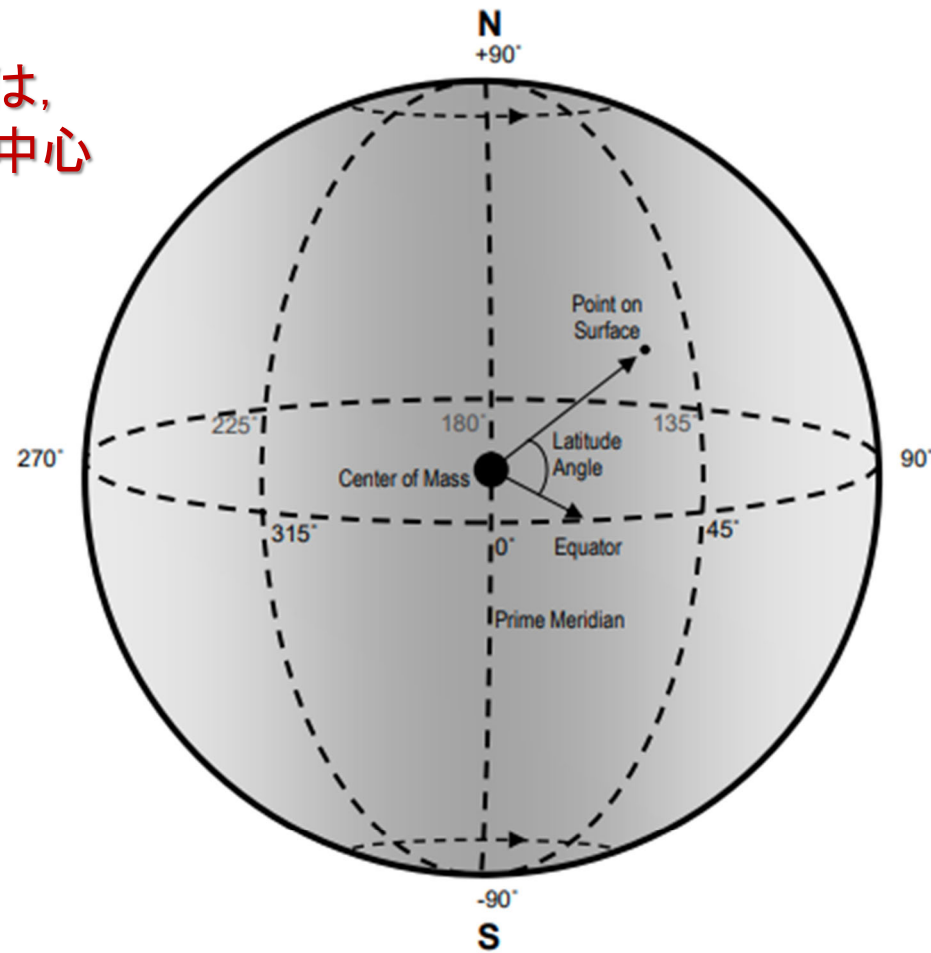


Figure 1. Planetocentric coordinates are expressed as right-handed coordinates with the origin at the center of mass of the body.

平面直角座標系

平面直角座標系は、
ネット上では見つけられない

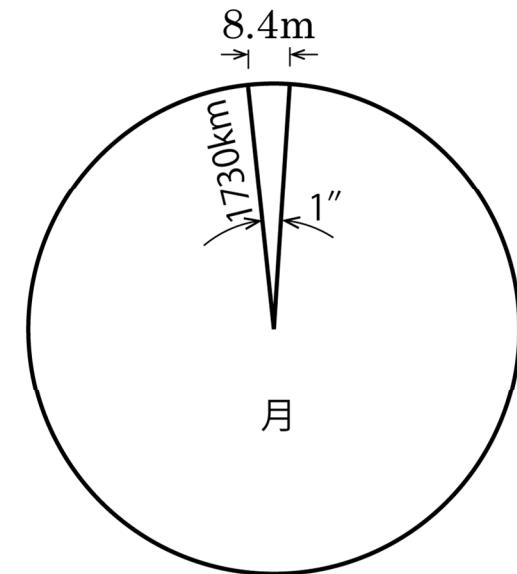
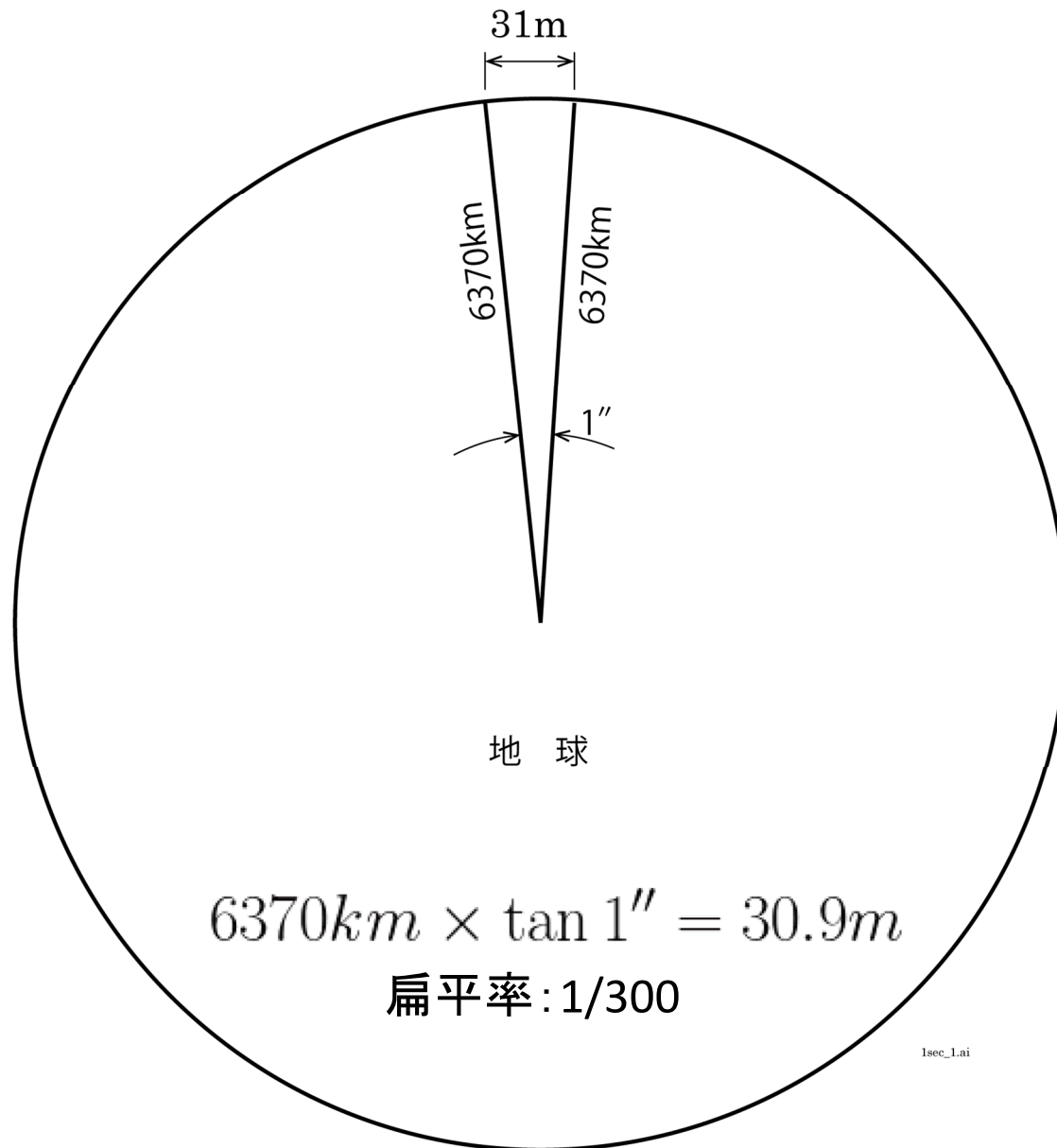


平面直角座標系は、
目的に応じて臨機応変に設定？



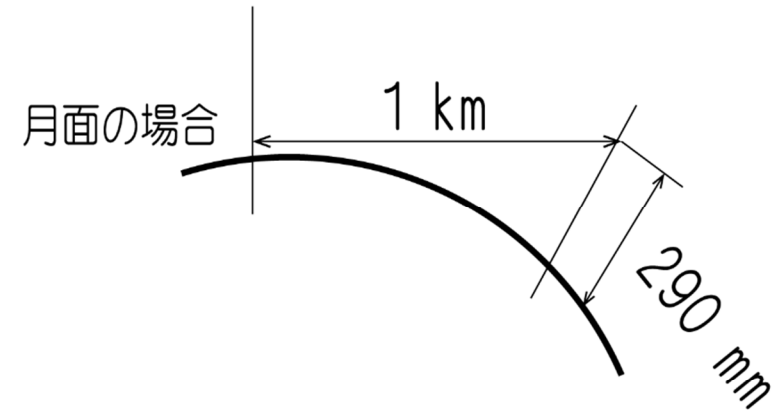
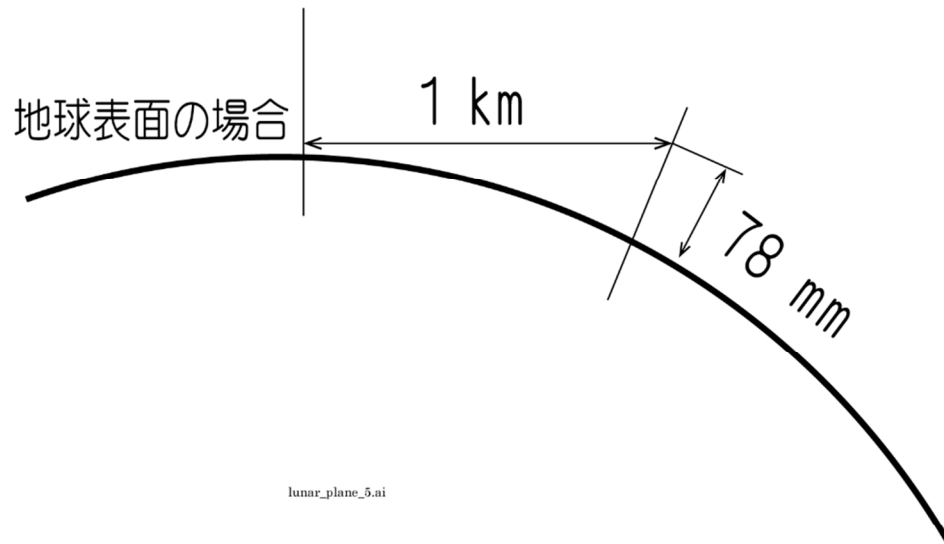
地球上のUTM座標系のような平面直角座標系をあらかじめ設定してはどうか

地球上と月面上の平面座標系の特徴



$1730km \times \tan 1'' = 8.4m$
扁平率: 1/770

地球上と月面上の平面座標系の特徴



月の半径は地球の 1/4 程度

月の半径は地球の半径の1/4程度なので、曲率が大きい。

平面座標系の必要性

月面でインフラを整備する場合、
CAD上あるいは紙上で平面上で計画、設計される。



複雑なプラント建設などの場合、
高精度のレイアウト精度が要求される



緯度 & 経度では、施工できない。
メートルでの施工できる環境が必要



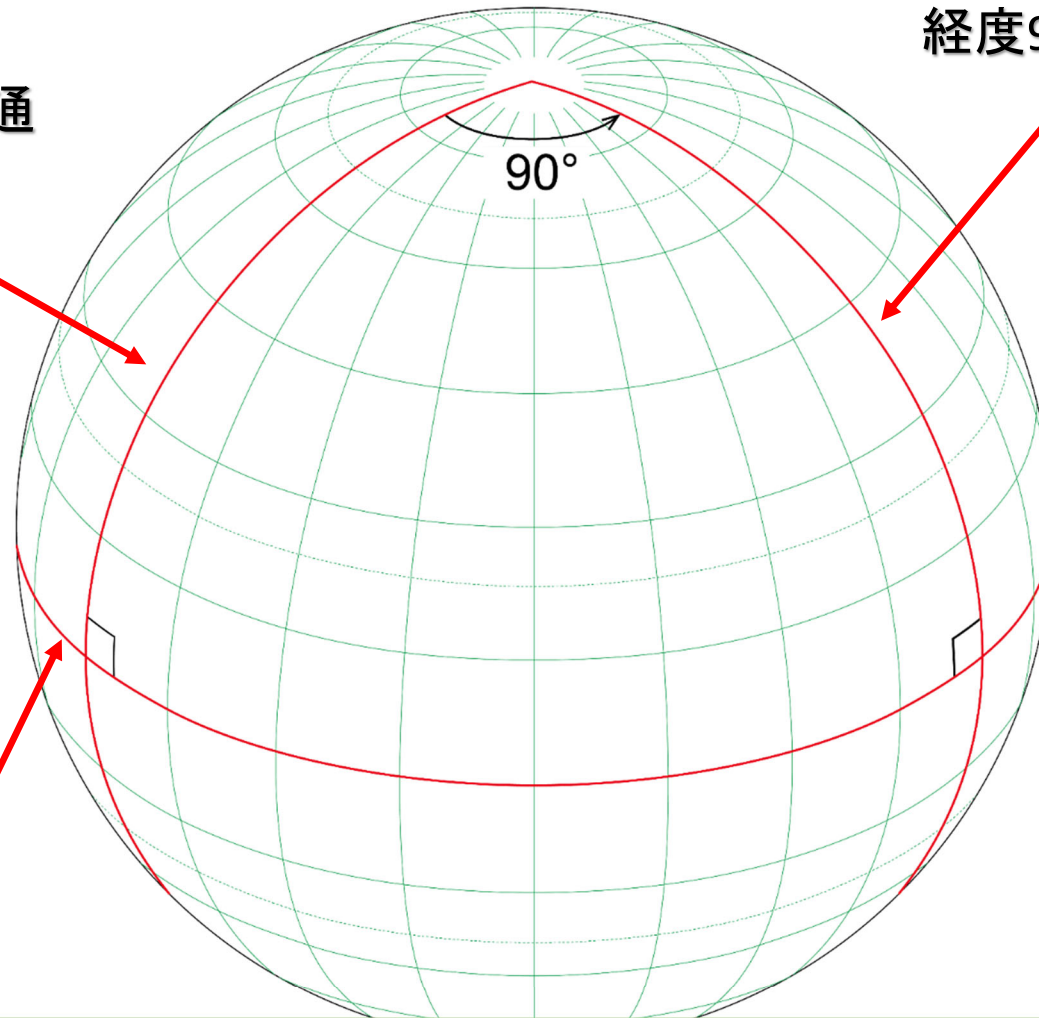
平面座標系の整備が必要

球面を平面に投影するときの問題点

経度0°
(グリニッチ天文台を通
る子午線)

経度90° (スマトラ沖)

赤道



この三角形の内角の和 = 270°

球面を平面に投影するときの問題点

地球は、楕円体



地球表面の図形は曲面上の図形



曲面上の図形を平面上に投影すると

- ・角度
- ・距離
- ・面積

を正しく投影することはできない。



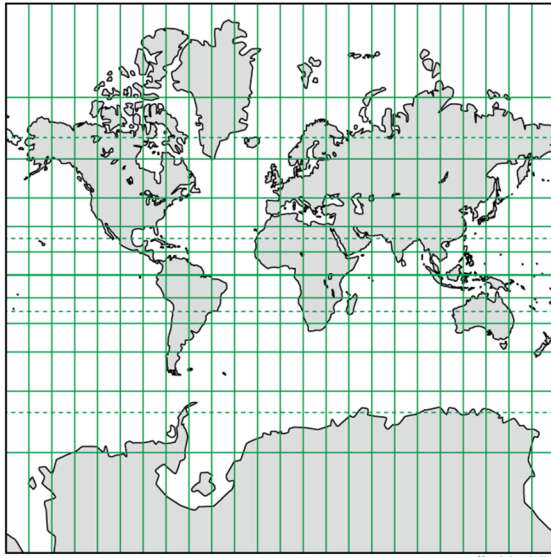
すなわち、ユークリッド幾何学は成り立たない

地球上の平面直角座標系

一般的に汎地球的に利用される座標系として、
UTM座標系

日本の測量法第11条で定められた座標系として
公共座標系, 平面直角座標系

UTM座標系

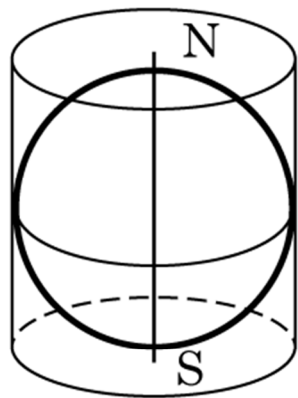


projection_10.ai

Mercator's projection メルカトル図法

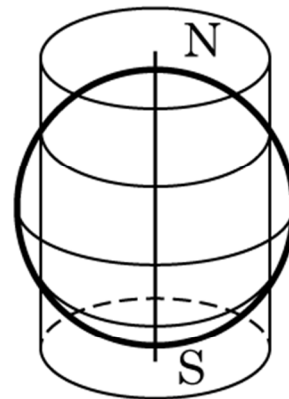
メルカトル正軸円筒図法
は極地方が歪む

ユニバーサル横メルカトル
(Universal Transverse Mercator)座標系

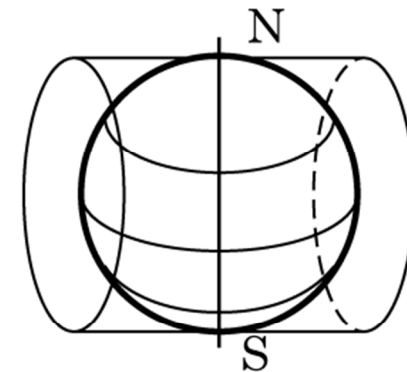


正軸接円筒

projection_9.ai

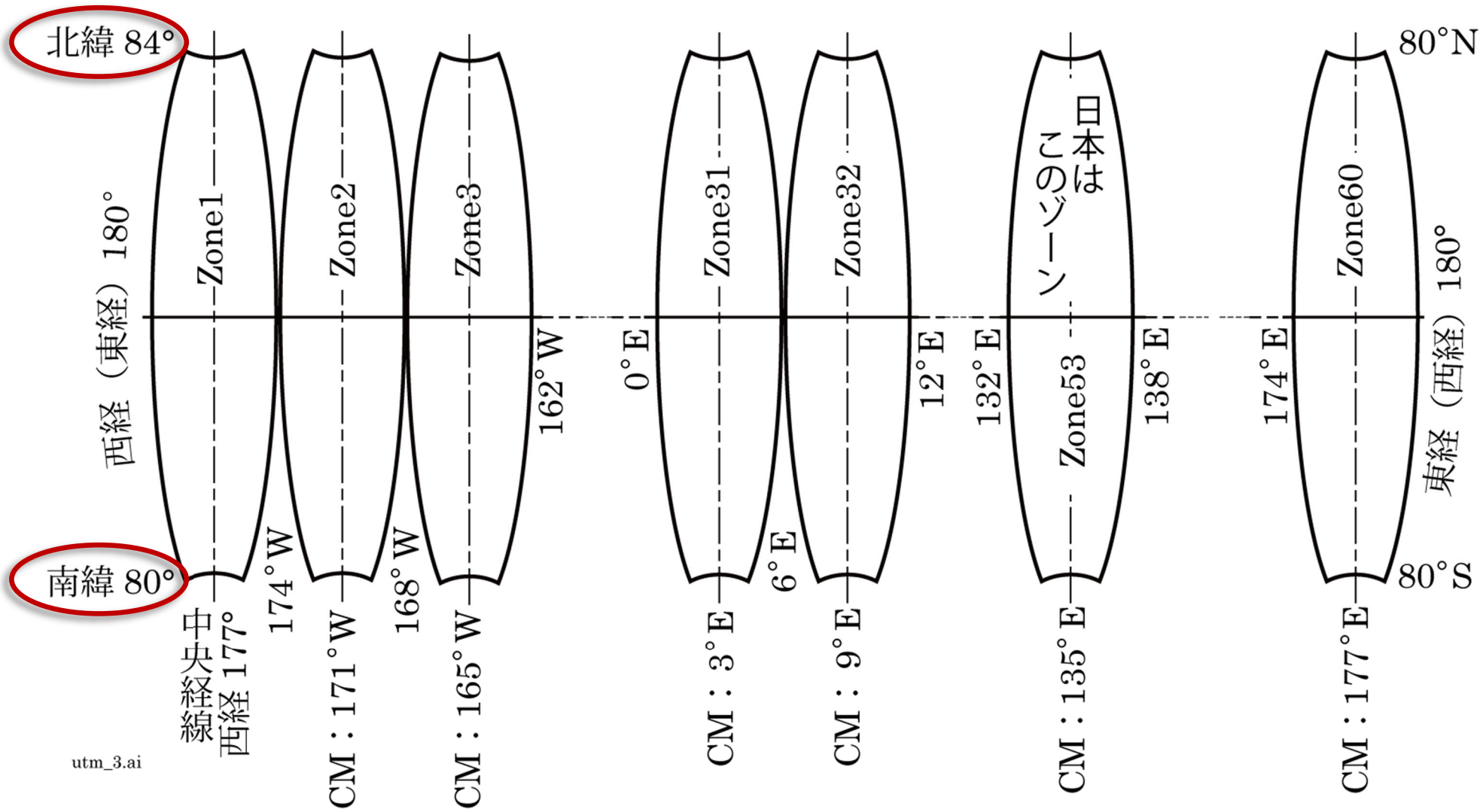


正軸割円筒



横メルカトル

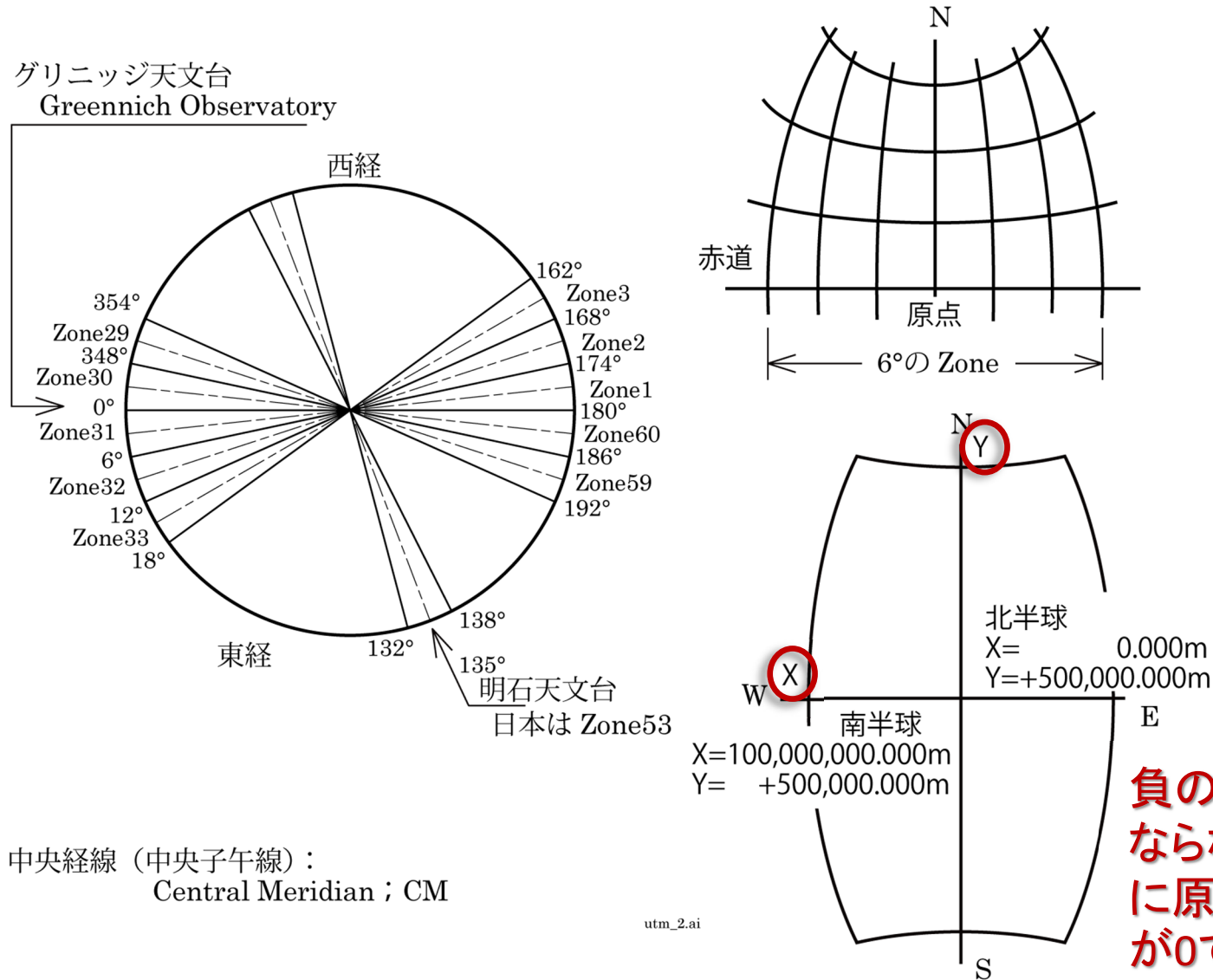
UTM座標系

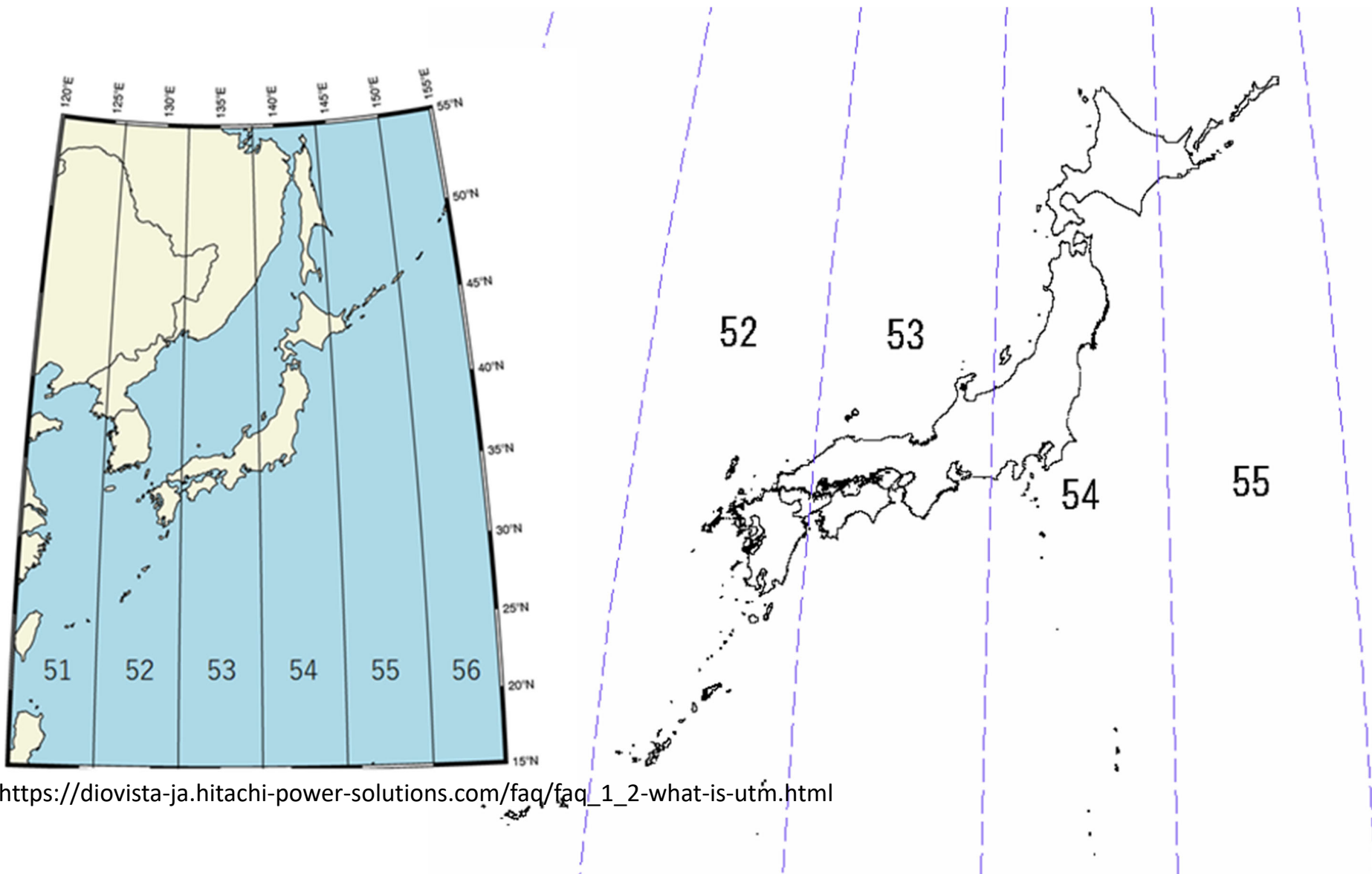


utm_3.ai

UTM座標系

ユニバーサル横メルカトル (Universal Transverse Mercator) 座標系

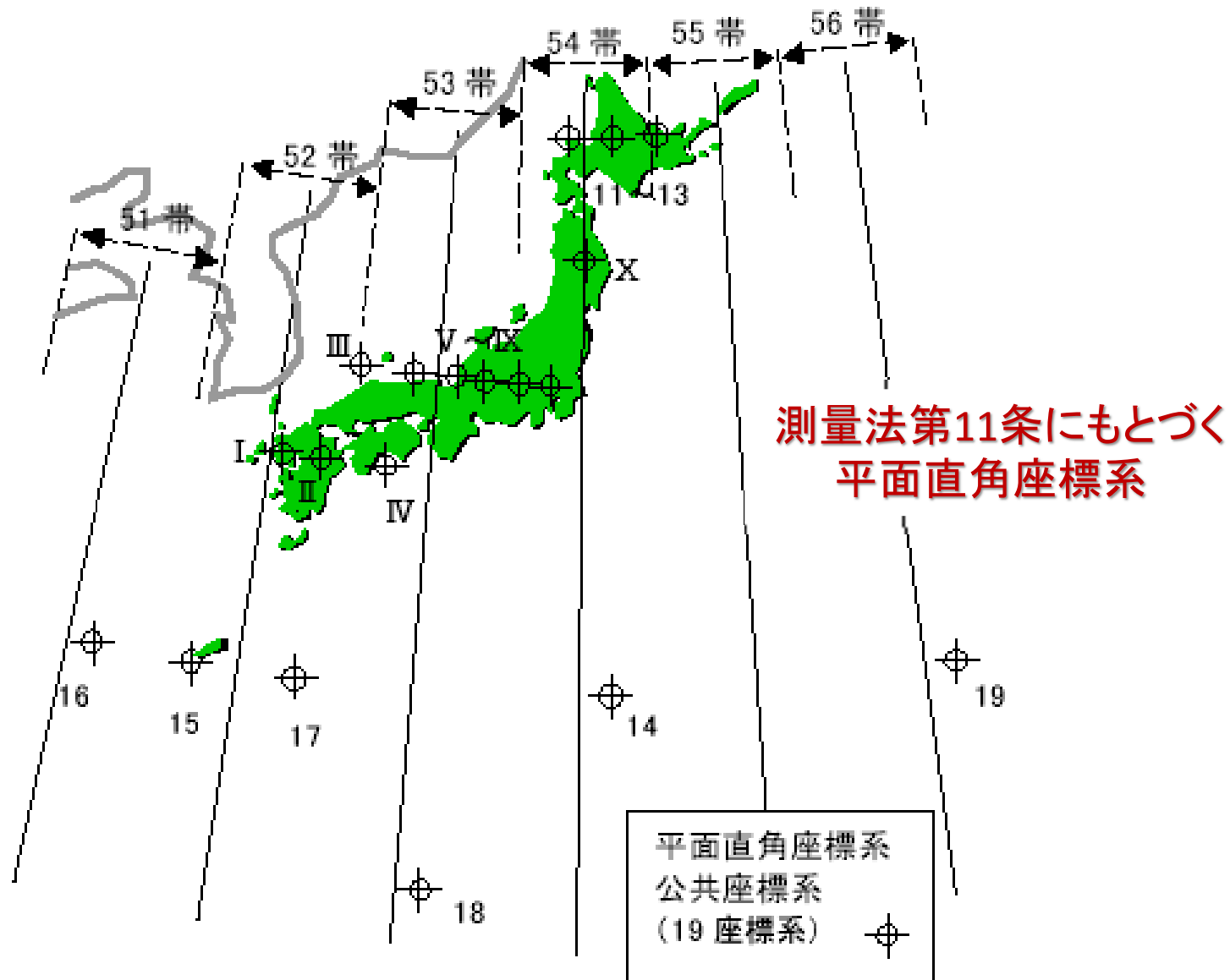




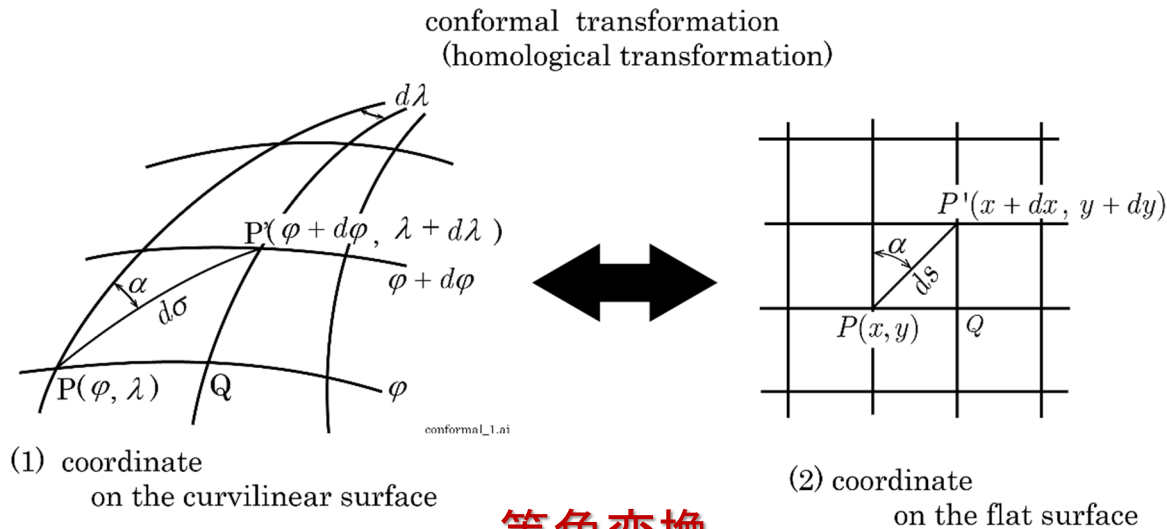
https://diovista-ja.hitachi-power-solutions.com/faq/faq_1_2-what-is-utm.html

<https://nkgias.com/ja-jp/NetHelp/index.html#!Documents/%E5%BA%A7%E6%A8%99%E7%B3%BB.htm>

平面直角座標系



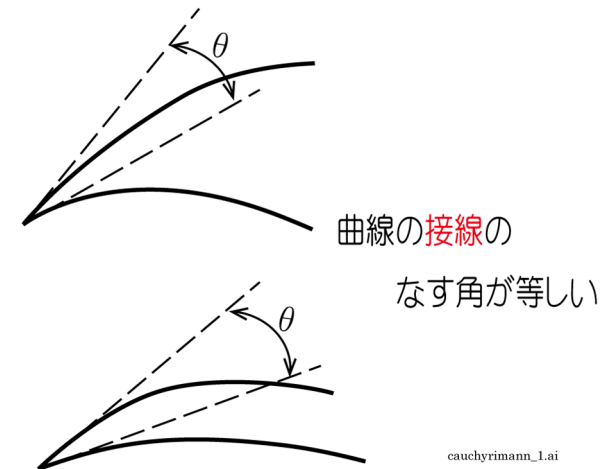
楕円体上の座標 (φ, λ) と平面上の座標 (x, y)



等角変換

曲面から平面への等角投影は、等角写像を2変数間の組 $u(x, y)$, $v(x, y)$ で表されたときこれらの関数は、コーシーリーマンの方程式 (Cauchy-Riemann equation)

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \end{cases}$$



を満たすことが必要十分条件

楕円体上の座標 (φ, λ) と平面上の座標 (x, y)

$$x = B + \frac{Nd\lambda^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{Nd\lambda^4}{24} \sin \varphi \cos^3 \varphi (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) \\ + \frac{Nd\lambda^6}{720} \sin \varphi \cos^5 \varphi (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 + 330t^2\eta^2) \\ + \frac{Nd\lambda^8}{40320} \sin \varphi \cos^7 \varphi (1385 - 3111t^2 + 543t^4 + t^6)$$

$$y = Nd\lambda \cos \varphi + \frac{Nd\lambda^3}{6} \cos^3 \varphi (1 - t^2 + \eta^2) \\ + \frac{Nd\lambda^5}{120} \cos^5 \varphi (5 - 18t^2 + t^4 + 17\eta^2 - 58t^2\eta^2) \\ + \frac{Nd\lambda^7}{5040} \cos^7 \varphi (61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6)$$

測量法第11条にもとづく平面直角座標系の換算式

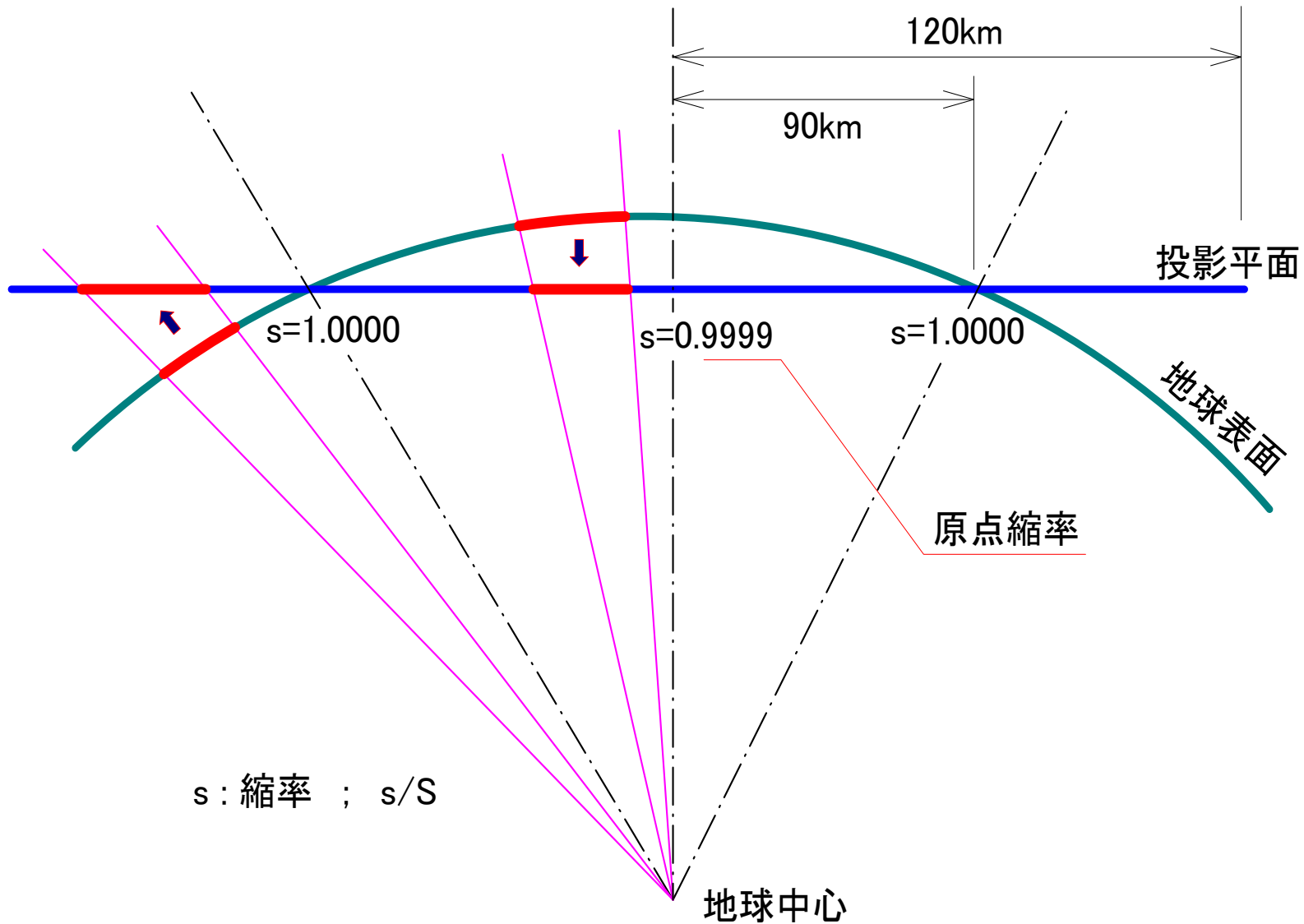
B : 赤道から緯度 φ に至る子午線弧長

N : 卯酉線曲率半径

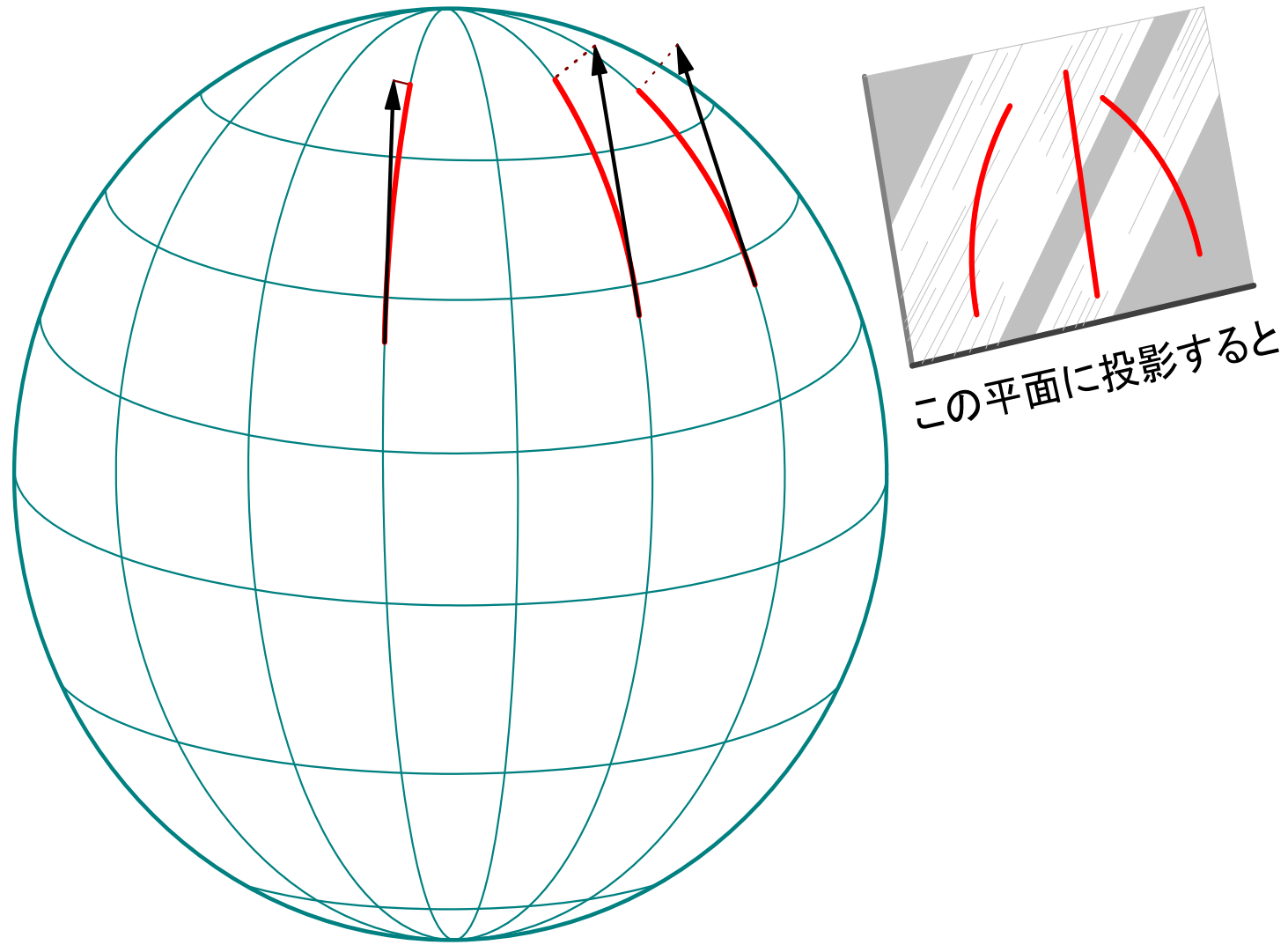
$$t = \tan \varphi$$

$$\eta^2 = (e' \cos \varphi)^2$$

楕円体面を平面に投影する

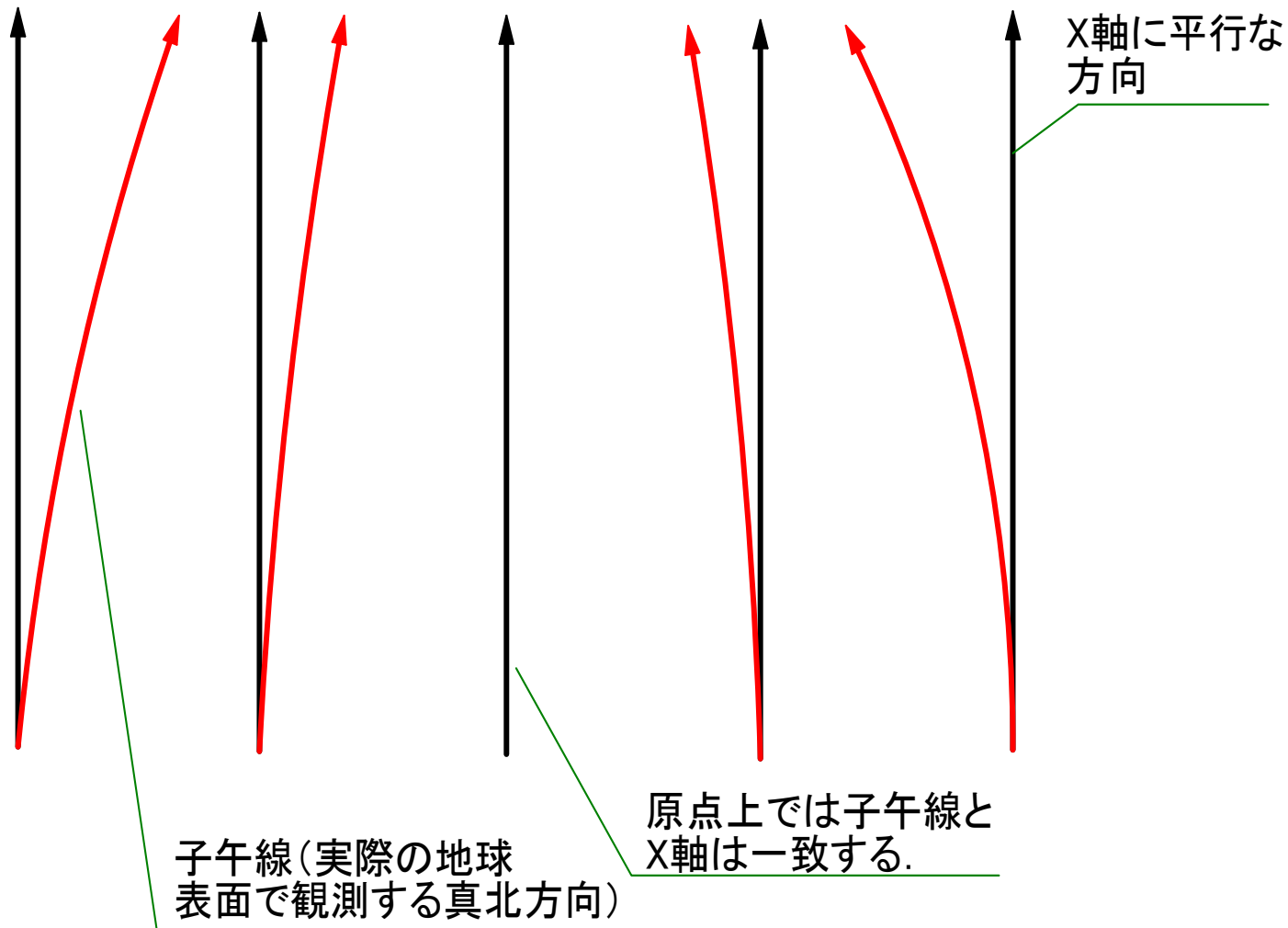


楕円体面を平面に投影する

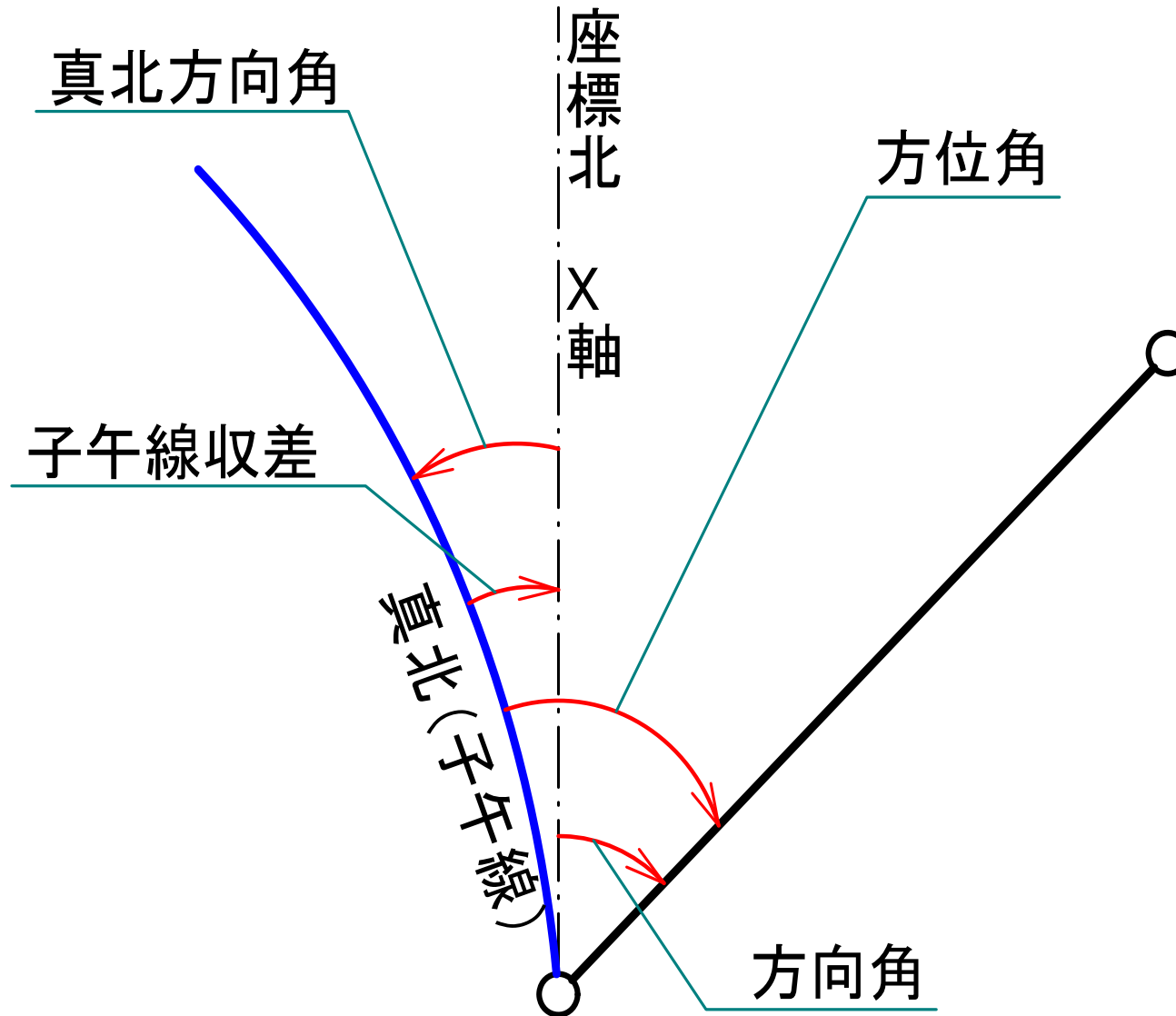


楕円体面を平面に投影する

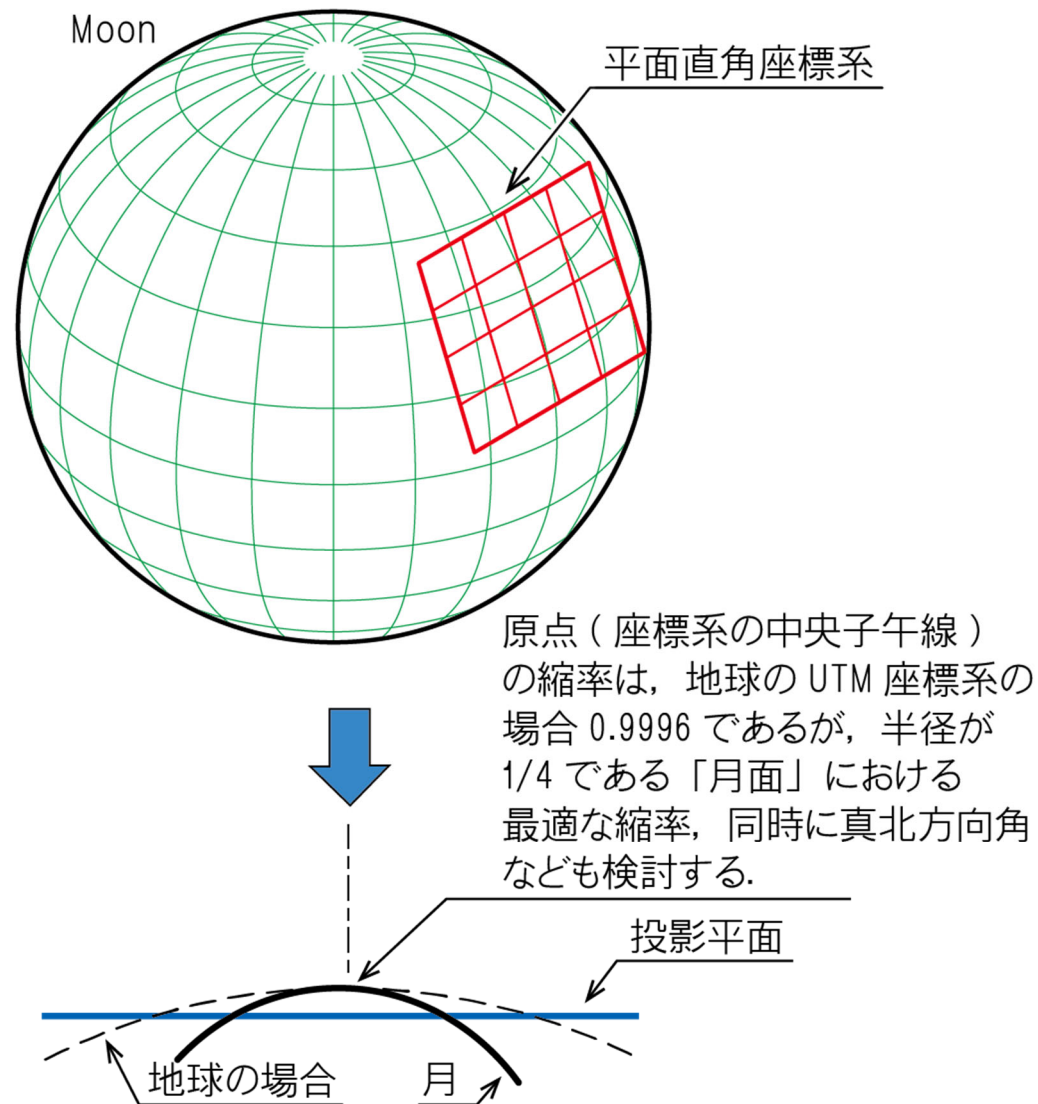
原点以外ではX軸と子午線方向は一致しない。



楕円体面を平面に投影する



月面の場合



lunar_plane_2.ai

UTM座標系と平面直角座標系

	UTM座標	平面直角座標系
投影法	正角図法(経度帯ごとにガウス-クリューゲル等角図法で投影する)	正角図法.(座標系ごとにガウス-クリューゲル等角図法で投影する)
適用範囲	北緯84° から南緯80° の間の地域	日本全国(北方領土は除く)
座標系の構成	地球全体を6° 幅の経度帯に分割した座標系.(経度帯の番号は, 西経180° から西経174° の経度帯を Zone1 とし, 東回りに Zone2, Zone3, ..., Zone60とする.)	日本全土を19のブロックに分けた座標系.
座標軸	中央経線を南北軸(N-S) Y, 赤道を東西軸(W-E) X とする.	南北軸をX軸, 東西軸をYとする.
座標系の原点	各Zoneの中央経線と赤道の交点	座標系毎に設定している.
原点の座標値	北半球: X= 0.000m Y= +500,000.000m 南半球: X=100,000,000.000m Y= +500,000.000m	X= 0.000m Y= 0.000m

UTM座標系と平面直角座標系

	UTM座標	平面直角座標系
縮尺係数	中央経線上で0.9996とし、東西方向に180km離れた地点で1.0000とする。	原点で0.9999とし、東西方向に90km離れた地点で1.0000とする。
図郭の形	不等辺四角形。中央経線に対して左右対称、赤道に対して上下対称。	長方形
誤差等	投影距離の誤差が6/10,000以内に収まるように設計されている。 わが国の場合、中央経線より東西230km～290kmである。	投影距離の誤差が1/10,000以内に収まる様に設計されている。 各座標系原点より東西130km以内を適用範囲としている。
その他	国土地理院が作成する地形図、地勢図の投影法に採用されている。	大縮尺地図の投影法に採用されている。

平面座標系の必要性

月面でインフラを整備する場合、
CAD上あるいは紙上で平面上で計画、設計される。



複雑なプラント建設などの場合、
高精度のレイアウト精度が要求される



緯度 & 経度では、施工できない。
メートルでの施工できる環境が必要



平面座標系の整備が必要

月面のインフラ整備に要求される精度はどの程度

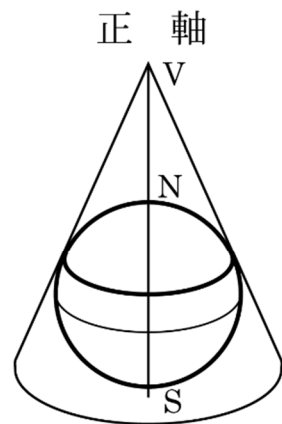
南極での活動を目指しているのに極地方の精度が悪い、



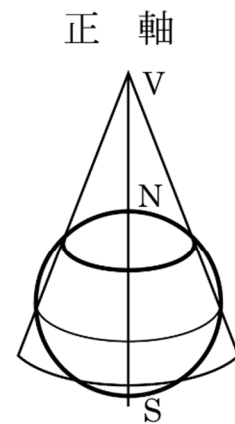
精度のよい平面座標系を模索する



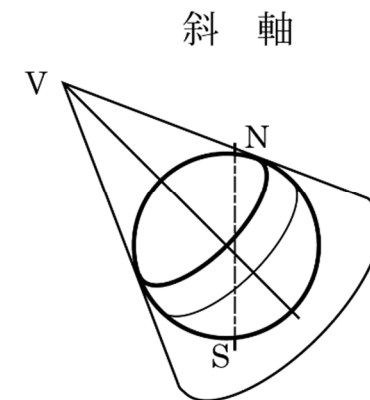
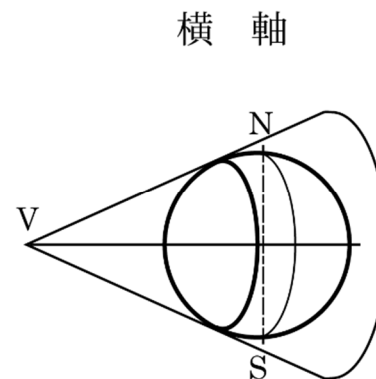
円筒座標系から円錐座標系の検討 & 評価



接円錐図法



割円錐図法



projection_7.ai